

# Modélisation de la coupe des métaux

par **Pierre GILORMINI**

*Ingénieur de l'École Centrale de Paris, Docteur ès Sciences  
Chargé de Recherche au CNRS au Laboratoire de Mécanique et Technologie  
de l'École Normale Supérieure de Cachan*

<b>1. Modélisations mécaniques</b> .....	B 7 041 - 2
1.1 Modèle de Merchant .....	— 2
1.2 Utilisation de la méthode des lignes de glissement.....	— 3
1.3 Comparaison critique des modèles mécaniques.....	— 4
<b>2. Modélisations thermomécaniques</b> .....	— 6
2.1 Champ de vitesse .....	— 6
2.1.1 Champ de vitesse au sein du copeau .....	— 6
2.1.2 Cisaillement primaire .....	— 7
2.2 Analyse thermique .....	— 7
2.2.1 Cisaillement primaire .....	— 7
2.2.2 Cisaillement secondaire .....	— 8
2.3 Comportement du matériau .....	— 9
2.4 Contact copeau-outil .....	— 10
2.5 Synthèse et résultats .....	— 10
<b>3. Conclusion et perspectives</b> .....	— 11
<b>Références bibliographiques</b> .....	— 11

**L'**usinage des métaux met en jeu deux processus élémentaires, la création et l'évacuation d'un copeau, qui font jouer deux mécanismes physiques de base, la déformation plastique au sein du copeau et le contact de celui-ci avec l'outil. **La modélisation de la formation du copeau repose sur la compréhension de ces deux mécanismes et a pour objet la prévision de la géométrie du copeau, des efforts de coupe et des échauffements de la pièce et de l'outil** à partir des conditions de coupe et des propriétés thermomécaniques du matériau usiné et de l'outil. Elle devrait donc apporter une aide à la gestion rationnelle des banques de données sur la coupe et fournir des éléments d'appréciation de divers problèmes pratiques :

— déformation élastique de l'ensemble outil – porte-outil – machine-outil (articles **Outils coupants** [BM 7 115] [B 7 087] [B 7 097] [B 7 098] dans ce traité) ;  
— interprétation des modes d'usure et d'endommagement des outils (article **Endommagement des outils de coupe** [B 7 042]) ;  
— qualité de surface de la pièce usinée (rugosité, écrouissage, structure métallurgique, contraintes résiduelles).

On peut aussi fixer un objectif plus modeste à cette modélisation, qui consiste à utiliser un certain nombre de grandeurs relativement faciles à observer (épaisseur du copeau, efforts de coupe, par exemple) pour en déduire des quantités plus difficiles d'accès (telles que les échauffements).

Les développements exposés dans cet article font le point actuel sur ces connaissances et modélisations. La présentation part des analyses les plus simples, qui sont purement mécaniques, et s'étend aux approches plus fines, thermomécaniques, qui décrivent de façon plus réaliste les phénomènes physiques mis en jeu dans la formation du copeau.

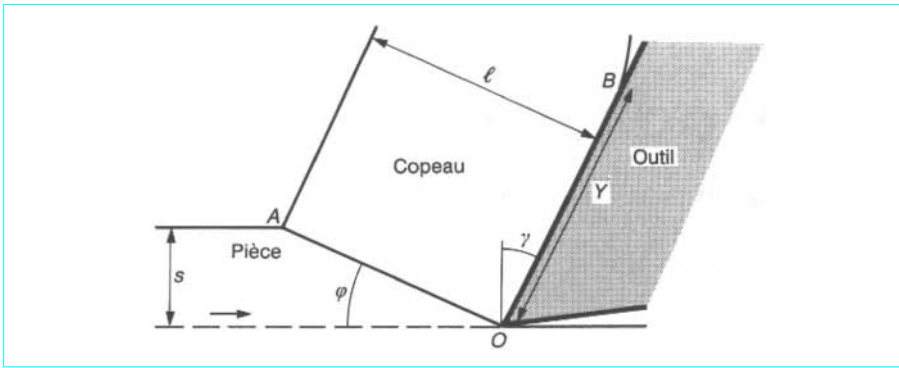


Figure A – Modèle de Merchant : géométrie et notations

**On se limitera au cas simple de la coupe orthogonale sans arête rapportée**, seul cas réellement modélisé et qui permet déjà de mettre en évidence les principales tendances et difficultés rencontrées. L'arête de coupe de l'outil est supposée parfaite (pas d'arrondi) et sa face en dépouille n'est pas en contact avec le matériau usiné (figure A). La profondeur de passe  $w$  étant supposée grande vis-à-vis de l'avance  $s$ , on se trouve alors en situation de déformation plane. On se place de plus dans des conditions où le processus est stationnaire et le problème est ainsi bidimensionnel et indépendant du temps, ce qui en simplifie beaucoup l'analyse. Pour la description de la déformation plastique du métal, le lecteur pourra consulter l'article **Plasticité en mise en forme** [M 590] dans le traité Matériaux métalliques.

## 1. Modélisations mécaniques

Les modélisations les plus simples de la formation du copeau sont purement mécaniques, c'est-à-dire qu'elles négligent les effets thermiques. Le comportement mécanique considéré est en général sans élasticité, avec une plasticité sans écrouissage, et caractérisé donc par la seule donnée de la contrainte maximale de cisaillement admissible  $k$ . À noter que la contrainte maximale de cisaillement admissible est sensiblement proportionnelle à la dureté Brinell ou Vickers du matériau :  $k$  proche de 2 HB et de 2 HV avec  $k$  exprimé en MPa.

### 1.1 Modèle de Merchant

La première modélisation de la coupe orthogonale permettant de prévoir les efforts de coupe remonte à 1945. Elle est due à Merchant [1] [2] et considère que la formation du copeau s'effectue par un simple cisaillement le long d'une ligne droite  $OA$  partant de la pointe de l'outil et inclinée d'un angle  $\varphi$  appelé *angle de cisaillement primaire* (figure A).

La résultante  $F$  des efforts appliqués par l'outil à la pièce peut se décomposer en effort de coupe  $F_c$  et effort d'avance  $F_a$ . À noter que l'effort spécifique de coupe, grandeur fondamentale des banques de données d'usinage, est :  $F_c/ws$  avec  $w$  profondeur de passe et  $s$  avance. En supposant que les composantes normale  $F_n$  et tangentielle  $F_t$  de l'effort  $-F$  appliqué à l'outil sont reliées par une loi de Coulomb caractérisée par un angle de frottement  $\lambda$ , l'effort de coupe s'écrit :

$$F_c = F \cos (\lambda - \gamma)$$

comme on le déduit immédiatement du diagramme des efforts de la figure 1. L'effort  $F$  est transmis à la pièce par la racine du copeau, où la composante parallèle à la ligne de cisaillement vaut :

$$F'_t = \frac{k s w}{\sin \varphi} = F \cos (\varphi + \lambda - \gamma)$$

puisque le long de cette ligne, où se produit la déformation plastique, la contrainte de cisaillement est égale à  $k$ .

L'élimination de  $F$  entre ces deux relations fournit l'expression suivante pour l'effort de coupe :

$$F_c = \frac{k s w}{\sin \varphi} \frac{\cos (\lambda - \gamma)}{\cos (\varphi + \lambda - \gamma)}$$

où seul  $\varphi$  est inconnu. L'effort d'avance s'en déduit à partir du diagramme des efforts :

$$F_a = F_c \tan (\lambda - \gamma)$$

Le modèle de Merchant suppose que l'angle  $\varphi$  est tel qu'il minimise la puissance fournie au système, ce qui revient à minimiser l'effort de coupe et aboutit finalement à :

$$\varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{\lambda - \gamma}{2} \quad (1)$$

donc :

$$F_c = 2 k s w \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\lambda - \gamma}{2} \right) \quad (2)$$

On peut facilement relier l'épaisseur du copeau  $\ell$  à l'avance  $s$  en exprimant de deux façons différentes la longueur de la ligne de cisaillement primaire  $OA$  (figure A) :

$$\ell = \frac{\cos (\varphi - \gamma)}{\sin \varphi} s$$

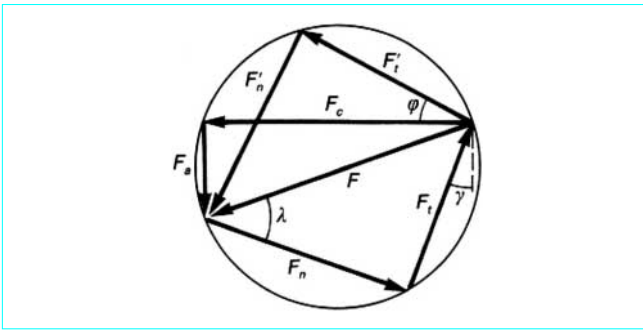


Figure 1 – Diagramme des efforts

et donc, avec le modèle de Merchant :

$$\ell = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda + \gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda - \gamma}{2}\right)} s \quad (3)$$

La longueur de contact  $Y$  entre le copeau et l'outil peut être déduite de l'écriture de l'équilibre des moments appliqués au copeau en supposant uniforme la distribution de contrainte normale le long de la ligne de cisaillement primaire et en choisissant diverses formes pour celle à l'interface copeau-outil :

$$Y = \xi s \frac{\sin(\varphi + \lambda - \gamma)}{\sin \varphi \cos \lambda}$$

où  $\xi$  est un coefficient valant :

- 1 pour une distribution de contrainte uniforme le long de l'interface ;
- 3/2 pour une distribution triangulaire décroissant depuis la pointe de l'outil ;
- 9/7 pour une distribution trapézoïdale constante sur la première moitié du contact et décroissant linéairement sur la dernière partie.

Signalons que c'est ce dernier type de distribution qui semble le mieux en accord avec les mesures, très délicates, de distribution de contrainte à l'interface copeau-outil (voir par exemple Kato, Yamaguchi et Yamada [3]). Donc, avec le modèle de Merchant :

$$Y = \xi \frac{s}{\cos \lambda} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\lambda - \gamma}{2}\right) \quad (4)$$

Si l'on admet, puisque la contrainte perpendiculaire à l'outil est en fait de l'ordre de la contrainte d'écoulement, que l'interface copeau-outil est le siège d'un frottement de Tresca et non pas de Coulomb (c'est-à-dire à contrainte de cisaillement fixe égale à une fraction donnée  $\bar{m}$  de  $k$ , voir par exemple l'article *Lubrification des surfaces lors de la mise en forme* [M 597] dans le traité Matériaux métalliques), le découplage entre contrainte normale et contrainte tangentielle modifie quelque peu l'écriture du modèle. Les deux approches coïncident toutefois si l'on adopte une distribution de contrainte uniforme le long du contact copeau-outil et si l'angle de frottement de Coulomb  $\lambda$  et le coefficient de frottement de Tresca  $\bar{m}$  sont liés par la relation :

$$\bar{m} = \frac{\sin 2 \lambda}{\cos(\lambda - \gamma)} \quad (5)$$

que l'on obtient en identifiant les expressions de  $F_t$  obtenues dans les deux cas.

## 1.2 Utilisation de la méthode des lignes de glissement

La méthode des lignes de glissement est une méthode de résolution des problèmes de plasticité qui est bien adaptée au cas de la déformation plane et de la plasticité sans écrouissage. Elle consiste à construire, dans les régions où le critère de plasticité est atteint et tout en respectant les conditions aux limites en contraintes, un réseau de lignes orthogonales le long desquelles la contrainte de cisaillement est égale à sa valeur maximale admissible  $k$  (pour plus de détails [4]). Soulignons que, dans ces zones, la déformation plastique peut se produire mais ne le fait pas nécessairement, suivant les conditions aux limites imposées sur les vitesses.

Cette méthode a été appliquée au problème de la formation du copeau par plusieurs auteurs et nous ne détaillerons ici que le modèle le plus simple, celui de Lee et Shaffer [5]. La figure 2a montre l'allure du réseau de lignes de glissement considéré. Il est très simple, puisque composé de segments de droites, et est totalement déterminé par les deux angles  $\varphi$  et  $\eta$ . Il est, de plus, associé à un état de contrainte uniforme et ses trois composantes sont aisément déduites des conditions aux limites du réseau : contrainte de cisaillement égale à  $k$  le long de  $OA$  (cisaillement primaire) et soit égale à  $\bar{m}k$  (frottement de Tresca), soit liée à la composante normale par l'angle  $\lambda$  (frottement de Coulomb) le long de  $OB$ , et enfin vecteur contrainte nul le long de  $AB$ , le copeau étant libre au-delà. Il est commode d'exprimer ces trois conditions à l'aide du cercle de Mohr (figure 3), construction dans le plan  $(\sigma, \tau)$  des contraintes normale et tangentielle, qui est usuelle pour ce type de problème. On établit ainsi la correspondance entre les conditions de frottement de Tresca et de Coulomb menant à des résultats identiques :

$$\bar{m} = \sin 2 \lambda \quad (6)$$

On obtient à l'aide de relations angulaires simples que :

$$\eta = \frac{\pi}{2} - \lambda \text{ et } \varphi = \frac{\pi}{4} - \lambda + \gamma \quad (7)$$

Il en résulte que :

$$F_c = \frac{2ksw}{1 - \tan(\lambda - \gamma)} \quad (8)$$

$$\ell = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \lambda\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \lambda + \gamma\right)} s \quad (9)$$

$$Y = \frac{s}{\sqrt{2} \cos \lambda \sin\left(\frac{\pi}{4} - \lambda + \gamma\right)} \quad (10)$$

en utilisant des relations établies au paragraphe 1.1 avec  $\xi = 1$ , relation imposée par l'état de contrainte uniforme le long du contact.

Remarquons que c'est le choix d'une forme particulière de champ de contrainte dans le copeau qui permet ici de calculer  $\varphi$ , choix que ne fait pas le modèle de Merchant qui est alors conduit à minimiser l'effort de coupe. On notera également que les deux modèles coïncident lorsque l'angle de frottement est égal à l'angle de coupe ( $\lambda = \gamma$ ), cas qui n'est guère observé en pratique puisque  $\lambda$  mesuré est de l'ordre de  $30^\circ$  et  $\gamma$  est généralement compris entre  $-10^\circ$  et  $+10^\circ$ .

Les figures 2b et c présentent l'allure du réseau de lignes de glissement considéré dans d'autres modèles par lignes de glissement, plus complexes, proposés par Kudo [6] et Dewhurst [7], ce dernier prenant en compte la courbure du copeau et donnant toute une gamme de solutions possibles. Dans ces modèles, le frottement copeau-outil est de type Tresca (contrainte tangentielle imposée), et le nombre de paramètres à déterminer est respectivement de 3 (angles  $\varphi$ ,  $\eta_1$  et  $\eta_2$ ) et 5 (angles  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$  et  $\eta_4$ , plus la contrainte

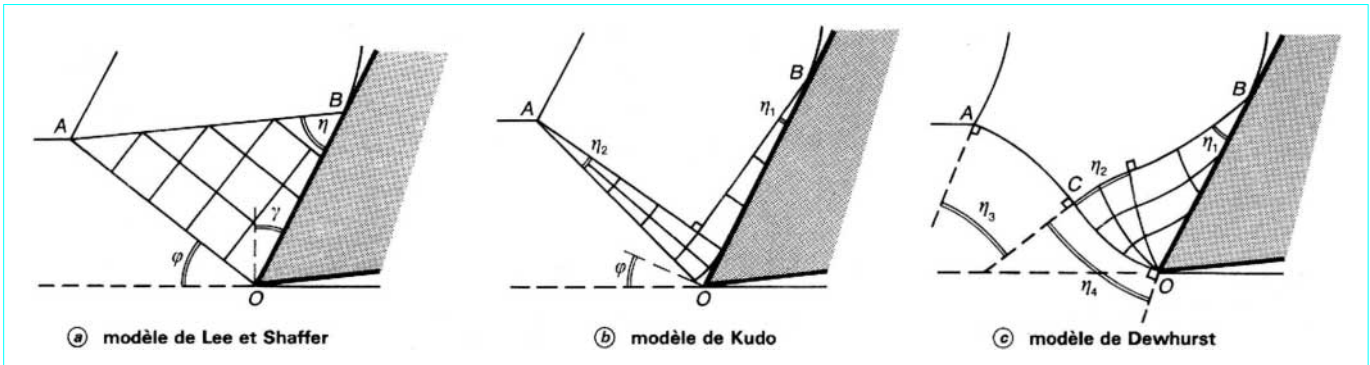


Figure 2 – Réseaux de lignes de glissement

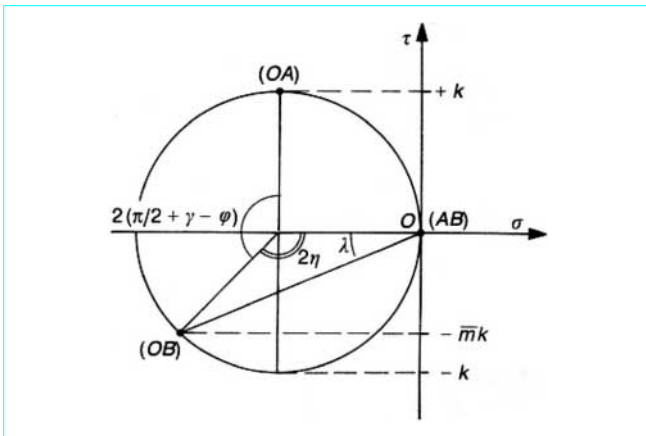


Figure 3 – Cercle de Mohr du modèle de Lee et Shaffer

moyenne au point A). Nous ne détaillerons pas ici les calculs correspondants, indiquant seulement que la ligne de glissement AC est un arc de cercle dans le modèle de Dewhurst, dont le rayon est lié à celui du copeau, prévu par le modèle.

### 1.3 Comparaison critique des modèles mécaniques

Il existe des restrictions d'ordre théorique au domaine d'application des modèles présentés ci-avant, qui reposent sur la possibilité qu'il y a de construire un champ de contrainte admissible sous la zone de cisaillement primaire [8] [9]. Cette construction n'est possible que si  $\lambda = \gamma$  pour le modèle de Merchant et si  $\lambda \geq \gamma$  pour celui de Lee et Shaffer. C'est l'étude systématique de ce problème qui conduit à la gamme de solutions proposées par Dewhurst, dont la limite inférieure coïncide avec la solution de Lee et Shaffer lorsque celle-ci est admissible.

En plus de ces objections théoriques, le défaut principal de ces modèles réside dans leur schématisation des caractéristiques physiques du matériau. Ils ne nécessitent, outre les conditions de coupe, que la donnée d'une contrainte d'écoulement et d'un coefficient de frottement, mais quelles valeurs choisir ? Comment faire intervenir des facteurs dont l'influence est certaine, tels que le caractère écrouissable du matériau usiné et la vitesse de coupe ? Comment

choisir un coefficient de frottement alors que les mesures en montrent la sensibilité aux conditions de coupe ? De plus, ces modèles impliquent que les efforts, l'épaisseur du copeau et la longueur de contact soient proportionnels à l'avance, qui intervient comme un simple facteur d'échelle, et l'on sait expérimentalement qu'il n'en est pas ainsi.

Ces questions illustrent les limites de ces modèles qui sont avant tout simples à mettre en œuvre, et qui président bien deux faits majeurs couramment observés pour divers matériaux :

- une relation de proportionnalité entre l'effort spécifique de coupe et la dureté du matériau usiné ;
- une décroissance de l'épaisseur du copeau (à l'exception du modèle de Kudo) accompagnée d'une diminution des efforts de coupe lorsque l'angle de coupe croît ou lorsque le frottement décroît.

Remarquons que dans ces modèles le coefficient de frottement détermine à lui seul la géométrie du copeau, alors que la contrainte d'écoulement intervient seulement dans l'évaluation des efforts. On peut alors exploiter ce découplage comme le faisait déjà Merchant [1] [2] en utilisant des mesures des efforts de coupe et d'avance pour contourner la difficulté qu'il y a à connaître le coefficient de frottement, puisque le diagramme des efforts mène à :

$$\lambda = \gamma + \arctan (F_a/F_c)$$

$\ell$  et  $Y$  sont alors donnés par les relations (3) et (4) pour le modèle de Merchant et par (9) et (10) pour celui de Lee et Shaffer.

Pour déterminer  $k$ , on peut utiliser, de plus, la mesure de l'épaisseur du copeau  $\ell$  et considérer que le cisaillement primaire est en première approximation rectiligne (ce qui s'écarte des conditions des modèles de Kudo et de Dewhurst). On obtient alors facilement :

$$k = \frac{\sin^2 \varphi}{ws} [F_c \cot \varphi - F_a]$$

$$\text{avec } \varphi = \arctan \left( \frac{\cos \gamma}{\frac{\ell}{s} - \sin \gamma} \right)$$

Enfin, pour déterminer  $\bar{m}$  dans le cas d'un frottement de Tresca, on doit utiliser également la mesure de la longueur de contact  $Y$ . Pour une contrainte tangentielle constante le long du contact, le diagramme des efforts fournit alors :

$$\bar{m} = \frac{s}{Y} \frac{\sin \lambda}{\sin \varphi \cos (\varphi + \lambda - \gamma)}$$

On remarquera que les deux relations (5) et (6) entre  $\bar{m}$  et  $\lambda$  sont bien des cas particuliers de cette équation pour les valeurs de  $\varphi$  et de  $Y$  données par les modèles de Merchant et de Lee et Shaffer.

À titre d'exemple, le tableau 1 rassemble les résultats donnés par divers modèles mécaniques (et par un modèle thermomécanique plus complexe) pour la coupe d'un acier, et ceux expérimentaux de Stevenson et Duncan [10]. La procédure exposée ci-avant aboutit à  $k = 492 \text{ MPa}$ ,  $\lambda = 33^\circ$  et  $\bar{m} = 0,42$ . Cette dernière valeur étant obtenue à partir de la longueur de contact qui est difficile à mesurer et aisément surestimée, nous présentons également les prévisions pour  $\bar{m} = 0,9$  et  $1$ , les modèles n'étant pas toujours disponibles pour toutes les conditions de frottement et le contact copeau-outil étant plus probablement en grande partie de type collant. On notera que la valeur  $k = 492 \text{ MPa}$  correspond à une dureté HV de l'ordre de 250, soit une valeur associée à un très fort écrouissage de cet acier bas carbone. On remarquera ensuite la grande dispersion des prévisions.

La comparaison avec les mesures expérimentales montre que le modèle de Merchant sous-estime les efforts, l'épaisseur du copeau, ainsi que la longueur de contact, quelle que soit la distribution choisie pour les efforts perpendiculaires à l'outil. Le modèle de Kudo présente le même défaut. Le modèle de Lee et Shaffer, par contre, se comporte relativement bien avec la valeur de  $\lambda$  mesurée et pour  $\bar{m} = 0,9$ , les prévisions devenant excessives pour un contact totalement collant. Enfin, le modèle de Dewhurst, disponible pour

$\bar{m} = 0,5, 0,9$  et  $1$ , ne présente pas, dans le cas étudié, une amélioration sensible par rapport à celui de Lee et Shaffer : sa borne inférieure coïncide avec ce dernier et sa borne supérieure, qui sous-estime l'effort d'avance pour  $\bar{m} = 0,5$ , est trop forte pour  $\bar{m} = 0,9$  et nettement excessive pour le cas, non présenté, du contact collant ( $\bar{m} = 1$ ). Cette limite supérieure présente toutefois l'intérêt d'être associée à un copeau courbé dont le rayon, qui n'avait hélas pas été mesuré, est de l'ordre de 4,5 fois l'avance pour  $\bar{m} = 0,5$  et 19 fois pour  $\bar{m} = 0,9$ .

L'étude de cet exemple suggère donc que, sous réserve de connaître la contrainte d'écoulement à considérer ou, en première approximation, la dureté du matériau dans un état très écroui (§ 2.1.2), et de fixer le frottement à une valeur élevée, le modèle de Lee et Shaffer présente le double avantage de donner des résultats acceptables et de ne nécessiter que des calculs très simples.

**Tableau 1 – Comparaison entre des mesures expérimentales [10] et des prévisions de modèles mécaniques, ainsi que d'un modèle thermomécanique [11] sur un acier à 0,19 % de carbone usiné à 270 m/min avec une avance  $s$  de 0,264 mm, une profondeur de passe  $w$  de 5,08 mm et un angle de coupe  $\gamma$  de  $5^\circ$**

	Effort de coupe $F_c \text{ (N)}$	Effort d'avance $F_a \text{ (N)}$	Épaisseur du copeau Avance $\ell/s$	Longueur de contact Avance $Y/s$
<b>Mesure expérimentale</b>	2 585	1 377	2,89	5,73
<b>Merchant</b> $\lambda = 33^\circ$	2 196 (– 15 %)	1 168 (– 15 %)	1,75 (– 39 %)	1,98 (– 65 %)
$\bar{m} = 0,42$ (1)	1 500 (– 42 %)	192 (– 86 %)	1,22 (– 58 %)	2,55 (– 55 %)
$\bar{m} = 0,90$ (1)	1 994 (– 23 %)	846 (– 39 %)	1,59 (– 45 %)	2,98 (– 48 %)
$\bar{m} = 1,00$ (1)	2 141 (– 17 %)	1 077 (– 22 %)	1,70 (– 41 %)	1,16 (– 80 %)
<b>Lee et Shaffer</b> $\lambda = 33^\circ$	2 818 (+ 9 %)	1 498 (+ 9 %)	3,35 (+ 16 %)	1,50 (– 74 %)
$\bar{m} = 0,42$ (2)	1 517 (– 41 %)	198 (– 86 %)	1,38 (– 52 %)	1,74 (– 70 %)
$\bar{m} = 0,90$ (2)	2 700 (+ 4 %)	1 380 (< + 1 %)	3,17 (+ 10 %)	1,71 (– 70 %)
$\bar{m} = 1,00$ (2)	8 202 (+ 217 %)	6 882 (+ 400 %)	11,47 (+ 297 %)	2,20 (– 62 %)
<b>Kudo</b> $\bar{m} = 1,00$ (3)	2 310 (– 11 %)		1,30 (– 55 %)	2,57 (– 55 %)
<b>Dewhurst</b> $\bar{m} = 0,50$ (3)	de 1 602 (– 38 %) à 2 346 (– 9 %)	de 283 (– 79 %) à 413 (– 70 %)	de 1,51 (– 48 %) à 3,08 (+ 7 %)	de 1,28 (– 78 %) à 1,87 (– 67 %)
$\bar{m} = 0,90$ (3)	de 2 700 (+ 4 %) à 4 953 (+ 92 %)	de 1 380 (< + 1 %) à 2 321 (+ 69 %)	de 3,17 (+ 10 %) à 6,15 (+ 113 %)	de 2,71 (– 53 %) à 4,62 (– 19 %)
<b>Modèle thermomécanique</b>	2 537 (– 2 %)	1 659 (+ 20 %)	2,44 (– 16 %)	4,51 (– 21 %)

(1) La formule (5) permet de calculer  $\lambda$  à partir de  $\bar{m}$  en supposant une distribution de contrainte uniforme le long du contact copeau-outil.

(2) Même chose avec la formule (6).

(3) Les auteurs ne fournissent d'abaques que pour quelques valeurs discrètes de  $\bar{m}$ .



## 2. Modélisations thermomécaniques

Les approches thermomécaniques de la formation du copeau sont apparues plus récemment, car leur complexité exige le recours au calcul par ordinateur. Elles prennent en compte plus de phénomènes physiques mis en jeu dans la coupe que les approches antérieures, comme les échauffements et les grandes vitesses de déformation. Basées sur des observations expérimentales, elles entrent encore dans le cadre de modèles simplifiés, car elles mettent en jeu peu d'inconnues, contrairement à ce que serait une méthode utilisant une discrétisation par éléments finis ou par différences finies, par exemple. Ces deux derniers types d'approches ont été utilisés pour calculer les efforts et champs de température une fois la géométrie fixée ([11] [12] par exemple). Le problème complet, incluant la détermination de la forme du copeau et de l'étendue de son contact avec l'outil, exige de longs temps de calculs mais a également été abordé par éléments finis [13].

Les composantes d'un modèle thermomécanique de la formation du copeau sont, d'une part, une cinématique simplifiée mais réaliste, dépendant de peu de paramètres et jouant un rôle central et, d'autre part, une analyse thermique approchée associée à cette cinématique et, enfin, un ensemble de données assez étendu pour pouvoir décrire convenablement le comportement thermomécanique du matériau dans les gammes de température, déformation et vitesse de déformation mises en jeu. Les modèles auxquels nous emprunterons ici des éléments sont décrits plus en détail dans [11] ; ils doivent beaucoup aux travaux de longue haleine de l'équipe d'Oxley, en Australie ([14] en particulier).

### 2.1 Champ de vitesse

Deux types d'observations expérimentales permettent d'obtenir des informations sur le champ de vitesse associé à la formation du copeau : l'examen de la surface de coupe des outils (indications sur les conditions de contact entre copeau et outil) et, surtout, les coupes micrographiques effectuées après essais de coupe interrompus (visualisation de l'écoulement, figure 4). Dans ces essais, l'outil est brusquement évacué vers l'arrière soit par un dispositif pyrotechnique, soit par commande numérique du tour afin de permettre de conserver intacte la liaison entre le copeau et la pièce.

#### 2.1.1 Champ de vitesse au sein du copeau

Les observations montrent qu'il y a contact collant entre copeau et outil au voisinage de l'arête de coupe puis contact glissant au-delà, mais la première de ces zones semble prédominante.

Dans l'épaisseur de cette zone, la vitesse croît depuis zéro à la surface de l'outil jusqu'à la valeur atteinte à la surface libre, ce qui induit un **cisaillement dit secondaire**, par opposition avec le cisaillement primaire déjà cité (§ 1.1). Bien qu'il soit très difficile d'obtenir des informations précises sur la zone de cisaillement secondaire, on peut raisonnablement la schématiser par une région d'épaisseur uniforme, égale à une fraction  $\delta$  de l'épaisseur du copeau (de l'ordre de quelques pour-cent à 10 %), à travers laquelle la vitesse croît uniformément depuis la surface de l'outil. Cette cinématique au sein du copeau est représentée sur la figure 5 ; elle fait intervenir trois paramètres géométriques qui sont l'épaisseur du copeau  $\ell$ , la fraction cisailée  $\delta\ell$  et la longueur de contact  $Y$ . Cette description du champ de vitesse est toutefois incomplète, puisqu'elle n'explique pas comment la vitesse varie à la fin du cisaillement secondaire pour

permettre l'évacuation du copeau comme un corps rigide. La conservation du flux de matière permet par ailleurs de relier la vitesse d'évacuation du copeau  $U$  à la vitesse de coupe  $U_0$ . La vitesse de déformation au sein du cisaillement secondaire est alors exprimée sous la forme :

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U}{\delta\ell} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_0}{\delta\ell} \frac{s}{\ell} \frac{1}{1-\delta/2} \quad (11)$$

et vaut donc  $3 U_0/s$  pour  $\ell/s$  de l'ordre de 2 et  $\delta$  de l'ordre de 5 %, ce qui correspond à de fortes vitesses de déformation, autour de  $10^4$  à  $10^5 \text{ s}^{-1}$  pour des vitesses de coupe de quelques mètres par seconde et des avances de quelques dixièmes de millimètre.

La déformation dans la zone de cisaillement secondaire est très grande à cause des conditions de contact collant, et l'on considère que ce paramètre n'influe pas explicitement sur la contrainte d'écoulement dans cette zone, l'écrouissage y étant saturé.

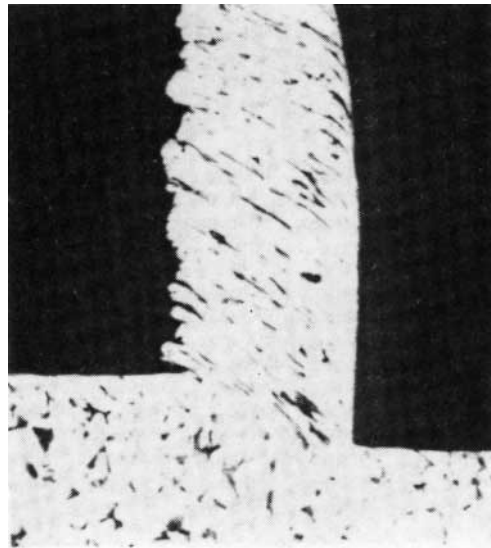


Figure 4 – Micrographie montrant l'écoulement du métal dans les zones de déformation (grossissement : 130) [21]

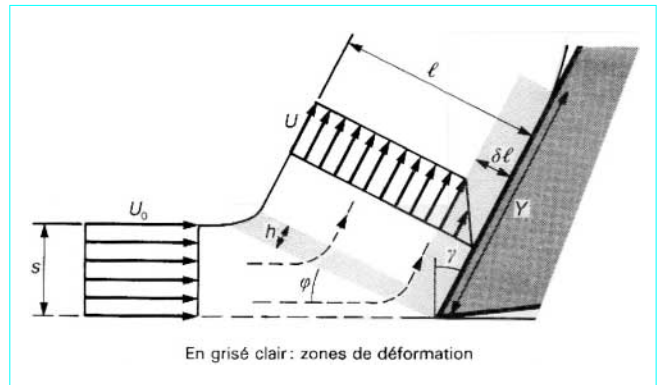


Figure 5 – Cinématique simplifiée de la formation du copeau

### 2.1.2 Cisaillement primaire

Le cisaillement primaire est l'essence même du processus de la formation du copeau, puisque c'est là que s'effectue le changement de direction de l'écoulement de la matière usinée. Cette région se réduit à un simple plan le long duquel se produit une brusque discontinuité de vitesse dans la cinématique que l'on peut associer au modèle de Merchant ou à celui de Lee et Shaffer, où l'on considère des vitesses uniformes dans la pièce et dans le copeau, mais cela conduit à une vitesse de déformation infinie inacceptable. Plusieurs observations, délicates à effectuer ([15] par exemple), montrent que le cisaillement primaire s'effectue à travers une région d'épaisseur faible  $h$  (figure 5) que l'on peut considérer raisonnablement comme uniforme dans sa partie rectiligne. La vitesse de déformation au sein de cette zone de transition atteint la valeur de :

$$\dot{\varepsilon}_1 = 1,5 \frac{\Delta U_t}{s} = 1,5 \frac{U_0}{s} \frac{\cos \gamma}{\cos(\varphi - \gamma)} \quad (12)$$

en utilisant la relation empirique de Stevenson et Oxley [15] qui ont obtenu le coefficient 1,5 à partir d'observations sur un acier. On a désigné par  $\Delta U_t$  la variation de vitesse tangentielle à travers le cisaillement primaire. La déformation subie à la traversée de la zone de cisaillement primaire peut être évaluée en considérant que la vitesse de déformation  $\gamma$  est constante et donc que le champ de vitesse  $\gamma$  évolue de façon linéaire :

$$\varepsilon_1 = \int_0^{h/U_n} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\Delta U_t}{h} dt = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\cos \gamma}{\sin \varphi \cos(\varphi - \gamma)} \quad (13)$$

au moins dans la zone rectiligne.  $U_n$  désigne la composante de la vitesse de coupe perpendiculaire à la direction de cisaillement.

On notera que cette déformation est très élevée : pour les conditions de coupe du tableau 1 où  $\gamma = 5^\circ$  et  $\varphi = 19,5^\circ$ , la formule (13) donne  $\varepsilon_1 = 1,78$ .

On remarquera en outre que le lien entre (12) et (13) mène à une épaisseur de la zone de cisaillement primaire  $h$  de l'ordre de 40 % de l'avance  $s$  ; la vitesse de déformation est donc du même ordre de grandeur dans les deux zones de cisaillement intense. Cette hypothèse de vitesse de déformation constante lors de la traversée de la zone de cisaillement primaire conduit à des trajectoires paraboliques que l'on a schématisées sur la figure 5. La diminution du flux de matière due à la vitesse plus faible dans le cisaillement secondaire impose que la zone de cisaillement primaire s'incurve progressivement au voisinage de la pointe de l'outil pour rejoindre celle-ci parallèlement à la direction de coupe, le flux étant alors nul. Le champ de vitesse doit donc être plus complexe dans cette région où la cinématique est encore incomplète.

## 2.2 Analyse thermique

Puisque l'on savait que les échauffements étaient très liés à la durée de vie des outils, les premières analyses thermiques de la formation du copeau sont apparues dès que l'on a disposé de modèles mécaniques permettant d'estimer efforts et vitesses. Nous ne ferons ici que rappeler les faits observés et esquisser les raisonnements menant aux analyses thermiques simplifiées du processus, avec pour objectif l'évaluation des températures dans les zones de déformation (afin d'y estimer l'adoucissement de la contrainte d'écoulement plastique) et à la surface de l'outil (en liaison avec l'usure de celui-ci).

Les méthodes expérimentales qui ont été mises en œuvre pour obtenir la température moyenne à l'interface copeau-outil, son profil le long de cette interface, voire sa distribution au sein du copeau, sont diverses : effet de couple thermoélectrique direct entre l'outil et le copeau, insertion de couples dans le porte-outil et extrapolation au niveau de l'interface copeau-outil à l'aide d'une méthode numérique, insertion de petits couples ou de pyromètres optiques

directement dans l'outil, observation de transformations structurales dans l'outil, photographie en infrarouge. Ces mesures ont montré les très forts échauffements atteints au niveau du contact, qui vont croissant avec la vitesse de coupe et avec l'avance. Lorsqu'elles ont pu déterminer le profil de température à la surface de l'outil, les mesures ont de plus montré que le maximum ne se situait pas à la pointe de l'outil, mais plus en aval dans la zone de contact copeau-outil.

### 2.2.1 Cisaillement primaire

La déformation plastique dans la zone de cisaillement primaire constitue une source de chaleur dont la plus grande partie s'évacue dans le copeau par convection et dont le reste, remontant le flux de matière par rétroconduction, passe dans la pièce usinée. L'estimation de la température régnant dans le cisaillement primaire peut s'effectuer de façon simplifiée en l'assimilant à une ligne de température uniforme  $\theta_1$  faisant un angle  $\varphi$  avec la direction de coupe. En négligeant la conduction et la convection parallèles au cisaillement primaire devant celles qui s'effectuent perpendiculairement, on obtient que la température en amont du cisaillement primaire décroît exponentiellement avec la distance au plan de cisaillement depuis la valeur  $\theta_1$  jusqu'à la température de la pièce  $\theta_0$ , avec un coefficient égal à  $\rho c U_0 \tan \varphi / K$  (homogène à l'inverse d'une longueur), où  $\rho$  désigne la masse volumique,  $c$  la capacité thermique massique et  $K$  la conductivité thermique. La fraction de chaleur entraînée dans la pièce se calcule alors par intégration et vaut :

$$\beta = \frac{K}{\rho c U_0 s \tan \varphi} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{\rho c U_0 s \tan \varphi}{K} \right) \right] \quad (14)$$

Elle décroît donc naturellement lorsque la vitesse de coupe est plus grande et que la conductivité est plus faible. On observe que l'avance ne joue plus ici le rôle d'un simple facteur d'échelle : toutes choses égales par ailleurs, la fraction de chaleur passant dans la pièce usinée sera plus faible si l'avance est plus grande. On remarquera également que  $\beta$  est inchangé si vitesse de coupe et avance sont modifiées simultanément en conservant le produit  $U_0 s$  constant, le flux de matière étant ici la quantité significative. La relation ci-dessus donne, pour une avance de 0,2 mm,  $\beta$  de l'ordre de 53 % à 12 m/min et de 7 % à 120 m/min en prenant  $K/\rho c$  de l'ordre de  $10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s pour un acier. Comme le montre la figure 6, cette évaluation rapide, qui permet de comprendre de façon simple l'origine du phénomène, est en assez bon accord avec des mesures expérimentales [16] [17] et avec les résultats d'autres calculs plus complexes basés sur la méthode des différences finies [18] ou sur celle des éléments finis [19]. À titre de comparaison, la corrélation que Boothroyd [16] propose pour décrire ses observations expérimentales à partir de clichés en lumière infrarouge s'écrit :

$$\beta = 0,5 - 0,35 \lg \left( \frac{\rho c U_0 s \tan \varphi}{K} \right)$$

$$\text{et} \quad \beta = 0,3 - 0,15 \lg \left( \frac{\rho c U_0 s \tan \varphi}{K} \right)$$

pour des valeurs du terme entre parenthèses allant de 0,04 à 10 et de 10 à 100, respectivement, ce qui donne  $\beta$  de l'ordre de 44 % et 13 % dans les conditions précédentes. Cette relation, bilinéaire par morceaux en diagramme semi-logarithmique, est représentée également sur la figure 6.

Une fois  $\beta$  évalué, la suite du raisonnement consiste à écrire qu'une fraction  $1 - \beta$  de l'énergie de déformation plastique dissipée en chaleur élève la température d'un élément de matière qui s'écoule à travers cette zone, ce qui donne :

$$\theta_1 = \theta_0 + (1 - \beta) \frac{W_1}{\rho c}$$

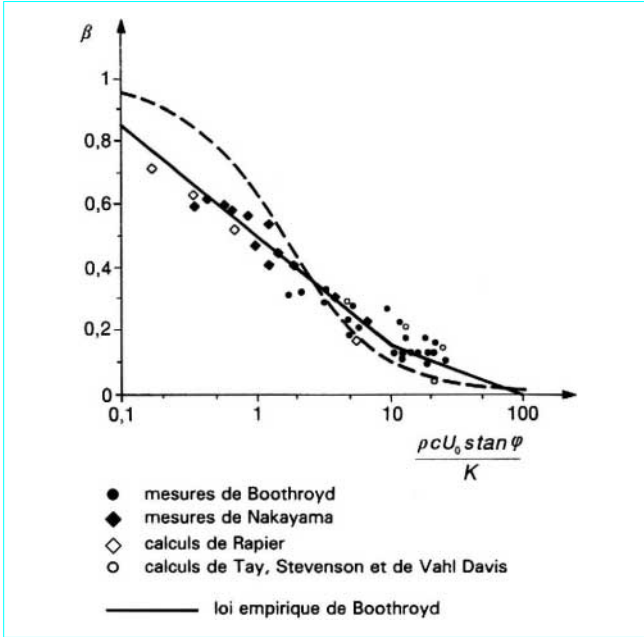


Figure 6 – Fraction  $\beta$  de la chaleur produite par le cisaillement primaire passant dans la pièce ([16] pour les mesures de Boothroyd, [17] pour les mesures de Nakayama, [18] pour les calculs de Rapiér, [19] pour les calculs de Tay, Stevenson et de Vahl Davis et formule (14) pour la courbe discontinue)

Dans un modèle thermomécanique totalement prédictif, l'énergie  $W_1$  fournie par unité de volume peut être calculée comme le produit de  $\varepsilon_1$  et de la contrainte d'écoulement moyenne dans le cisaillement primaire  $\sigma_1$ , dont la dépendance par rapport à la température, ainsi que celle de  $K$ ,  $\rho$  et  $c$ , rend implicite le calcul de  $\theta_1$ . Dans une approche moins ambitieuse, on pourra utiliser des mesures d'effort de coupe pour évaluer  $\sigma_1$  en considérant le cisaillement primaire comme rectiligne, et  $W_1$  sera donc écrit sous la forme :

$$W_1 = \frac{1}{w\ell} \left[ F_c \left( \frac{\ell}{s} - \sin \gamma \right) - F_a \cos \gamma \right]$$

L'épaisseur du copeau qui intervient ici pourra soit être également mesurée, soit être déduite d'un modèle mécanique (§ 1). Ainsi l'application des formules précédentes aux conditions de coupe du tableau 1 conduit à  $\theta_1$  de l'ordre de 400 °C : le cisaillement primaire induit un échauffement important du métal, peu sensible à la vitesse de coupe lorsque celle-ci est élevée.

## 2.2.2 Cisaillement secondaire

Après avoir traversé la zone de cisaillement primaire (avec une température  $\theta_1$  que l'on suppose uniforme pour simplifier, malgré la complexité de ce qui peut se produire à la pointe de l'outil), la matière s'écoule dans le copeau où se situe une nouvelle source de chaleur due à la déformation plastique dans le cisaillement secondaire et où des pertes de chaleur peuvent se produire à travers les différentes surfaces délimitant le copeau. Les flux thermiques à travers les surfaces latérales du copeau sont habituellement considérés comme négligeables, bien que la perte par rayonnement qui s'y produit soit exploitée par les mesures de thermophotographie, et l'on peut donc raisonner dans une section longitudinale quelconque du copeau, comme on l'a fait pour l'analyse

mécanique avec l'hypothèse de déformation plane. La perte de chaleur à travers la surface libre supérieure du copeau peut également être négligée vu la forme des isothermes à travers l'épaisseur du copeau obtenues par thermophotographie [16] et corroborées par les simulations utilisant les éléments finis [12] [19].

La question du flux de chaleur passant du copeau à l'outil a été très étudiée. Certes, des températures élevées se développent dans l'outil au cours de la coupe, mais le flux thermique à travers le contact avec le copeau peut néanmoins être négligé en première analyse. En effet, il est lié par la loi de Fourier au gradient de température dans l'outil, et mesures expérimentales et simulations numériques suggèrent que ces gradients sont faibles. Diverses évaluations à partir de modèles analytiques permettent par ailleurs d'estimer que la proportion du flux de chaleur engendrée à l'interface qui passe dans l'outil est de l'ordre de 5 à 10 %.

Des analyses simplifiées ont été proposées, qui négligent la présence du cisaillement secondaire pour ne considérer qu'une source de chaleur sans épaisseur située le long de l'interface copeau-outil et échauffant le copeau qui défile devant elle. Le modèle le plus simple permettant d'appréhender l'essentiel du phénomène, c'est-à-dire la compétition entre conduction et convection, consiste à postuler que le profil de l'échauffement dans l'épaisseur du copeau a une forme parabolique et à négliger la conduction dans le sens de l'écoulement (figure 7a). Il reste alors à déterminer comment varient le long du contact la température à l'interface et la profondeur de pénétration de l'échauffement, ce qui est obtenu en écrivant la loi de Fourier et le bilan thermique. Il en résulte que ces deux quantités s'accroissent de façon parabolique avec la distance au nez de l'outil et que la valeur moyenne de la température à l'interface est donc de :

$$\theta_2 = \theta_1 + 0,67 \Delta\theta_M$$

soit un échauffement valant les 2/3 de l'échauffement maximal en fin de contact donné par :

$$\Delta\theta_M = \frac{F_t}{w} \sqrt{\frac{3U_0s}{2K\rho cY\ell}}$$

où  $F_t$  désigne l'effort tangent à l'outil, lié aux efforts de coupe par le diagramme des efforts :

$$F_t = \frac{\cos 2\gamma}{\cos \gamma} (F_a + F_c \tan \gamma)$$

Ce modèle très simple surestime les échauffements par rapport à des analyses plus fines résolvant de façon plus complexe l'équation de la chaleur. En exprimant les résultats sous la forme ci-dessus, Rapiér [18], par exemple, obtient un coefficient 0,61 et non pas 0,67. Ici encore, on a la possibilité d'utiliser des valeurs de  $F_a$ ,  $F_c$ ,  $Y$  et  $\ell$  mesurées ou de les déduire des propriétés du matériau usiné au travers d'un modèle prédictif.

La prise en compte du cisaillement secondaire rend l'analyse thermique plus complexe, car la source de chaleur a alors une épaisseur non nulle à travers laquelle la matière s'écoule. On suppose que le débit de la source est uniforme dans toute la zone de déformation. Le résultat obtenu par Boothroyd [16], puis modifié par Hastings, Mathew et Oxley [14], peut se mettre sous la même forme que ci-avant avec un coefficient différent faisant cette fois-ci jouer l'épaisseur du cisaillement secondaire :

$$\theta_2 = \theta_1 + 0,65 \exp \left( -0,45 \delta \sqrt{\frac{\rho c U_0 s \ell}{KY}} \right) \Delta\theta_M$$

qui donne donc un coefficient 0,65 lorsque  $\delta$  est nul. Cette analyse suppose que le mouvement se fait à vitesse uniforme dans la zone de déformation, et surestime donc la convection puisque la vitesse est en fait plus lente au voisinage de l'outil. Cela peut être pris en compte dans un modèle supposant un profil de température dans



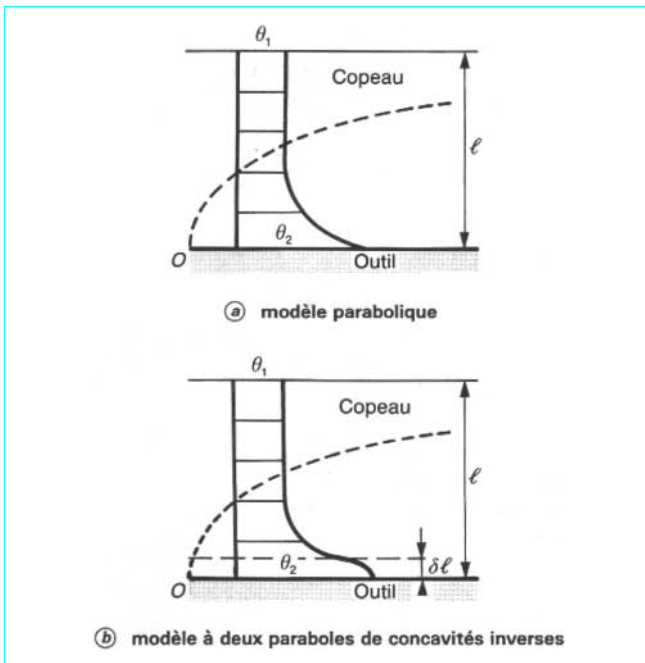


Figure 7 – Profils de température dans le copeau

l'épaisseur du copeau défini par deux paraboles de concavités inverses (figure 7b) et proposé en [11]. La solution peut s'écrire sous la forme :

$$\theta_2 = \theta_1 + 0,67 g \left( \delta \sqrt{\frac{\rho c U_0 s \ell}{KY}} \right) \Delta \theta_M \quad (15)$$

où la fonction  $g$ , qui provient de la résolution approchée de l'équation de la chaleur et n'a pas d'expression analytique, tend vers 1 pour  $\delta$  tendant vers 0.

On retrouve alors naturellement le coefficient 0,67 du modèle parabolique. La fonction  $g$  est représentée sur la figure 8, et donne des valeurs plus grandes que la fonction analogue déduite du modèle de Boothroyd (et qui tend vers 0,98), puisque ce dernier sous-estime les échauffements en surestimant la convection. On remarquera que, pour une avance de quelques dixièmes de millimètre, l'ordre de grandeur de la racine carrée intervenant ci-dessus est de 1 à 10 pour des vitesses de coupe variant de la dizaine à quelques centaines de m/min, en prenant  $K/\rho c$  de l'ordre de  $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  pour un acier. Puisque  $\delta$  est de l'ordre de 5 à 10 %, il en résulte que  $g$  prendra des valeurs comprises entre 0,8 et 1.

Un modèle thermomécanique complet doit déduire l'effort tangent à l'outil  $F_t$  de la contrainte d'écoulement moyenne dans la zone de cisaillement secondaire  $\sigma_2$  :

$$F_t = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_2 w Y$$

Le calcul pourra prendre en compte la sensibilité de  $\sigma_2$  à la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_2$  et à la température moyenne  $\bar{\theta}_2$  régnant dans cette zone de déformation. Cette dernière est un peu inférieure à la température moyenne à l'interface  $\theta_2$  lorsque l'épaisseur du cisaillement secondaire est prise en compte. Son expression, déduite du modèle à deux paraboles, peut se mettre sous la même forme que l'équation (15), avec cette fois-ci une fonction  $\bar{g}$  à la place de  $g$ , dont la figure 8 présente l'allure. Le calcul devient donc implicite,

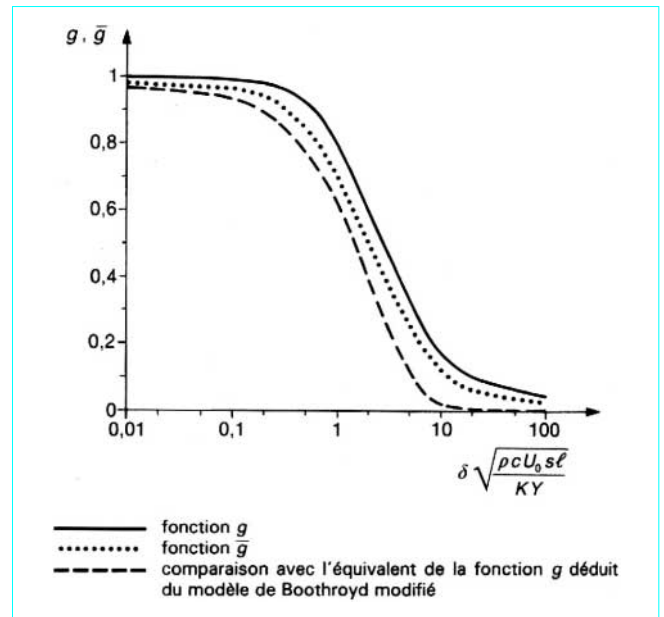


Figure 8 – Fonctions définissant la température moyenne à l'interface et dans le cisaillement secondaire avec le modèle à deux paraboles ([16] [14] pour la courbe discontinue)

puisque  $\bar{\theta}_2$  dépend de  $\sigma_2$  qui dépend à son tour de  $\bar{\theta}_2$ . Cet aspect est, de plus, accentué par la prise en compte des variations de  $K$ ,  $\rho$  et  $c$  dans le cisaillement secondaire avec la température qui y règne.

## 2.3 Comportement du matériau

L'usinage, comme on l'a vu plus haut, met en jeu des déformations par cisaillement très importantes, des températures de plusieurs centaines de degrés et des vitesses de déformation de l'ordre de plusieurs dizaines voire centaines de milliers de  $\text{s}^{-1}$ . Ce dernier point, en particulier, rend très difficile la mesure du comportement mécanique nécessaire à la simulation de la coupe, car les dispositifs actuels qui permettent d'approcher de telles vitesses de déformations (barres de Hopkinson) posent des problèmes d'interprétation (hétérogénéité de déformation, rôle du frottement en compression, échauffement, etc.).

La description du comportement mécanique adaptée à l'usinage qui semble la plus efficace est celle qui regroupe température absolue et vitesse de déformation en une même variable, la *température modifiée*, définie par :

$$T_{mod} = T(1 - v \lg \dot{\epsilon})$$

avec  $\dot{\epsilon}$  ( $\text{s}^{-1}$ ) vitesse de déformation,

$T$  température,

$v$  coefficient dépendant du matériau, de l'ordre de 0,1 pour des aciers

Cette combinaison empirique, qui rappelle le paramètre de Zener-Hollomon suggéré par la modélisation physique de l'activation thermique de la plasticité (article *Métallurgie en mise en forme* [M 600] dans le traité *Matériaux métalliques*), a été employée par l'équipe d'Oxley ([14] [15], par exemple) pour décrire les variations des paramètres  $\sigma$  et  $n$  intervenant dans une loi d'écrouissage de la forme :

$$\sigma_0(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) = \sigma(T_{mod}) \epsilon^{n(T_{mod})}$$

où  $\sigma_0$  désigne la contrainte d'écoulement.

La figure 9 présente les variations de  $\sigma$  et  $n$  en fonction de  $T_{mod}$  pour trois aciers. Outre la forme simple de l'équation donnant  $\sigma_0$ , l'emploi de  $T_{mod}$  a l'avantage de permettre d'utiliser des résultats d'essais mécaniques effectués dans des conditions éloignées de celles de la coupe. La validité de son emploi réside dans la possibilité qu'il y a à placer sur des courbes uniques les résultats de divers essais effectués dans des conditions très différentes.

Un paramètre important du comportement du matériau qui affecte beaucoup la façon dont il s'usine est sa ductilité, d'autant plus faible que la teneur inclusionnaire est grande. Il est bien connu, par exemple, qu'un acier riche en sulfures de manganèse exige des efforts de coupe plus faibles, mais cette influence est difficile à introduire dans la modélisation. On peut envisager trois effets de la ductilité. D'abord, une faible ductilité peut mener à un copeau fragmenté si le matériau ne peut subir les fortes déformations imposées par le cisaillement primaire. Ensuite, si la ductilité est suffisante pour que le copeau soit continu, elle peut toutefois être assez faible pour mener à la formation d'une *arête rapportée* (amas stable de matériau usiné sur l'arête) par rupture au sein du copeau. Cela peut expliquer des efforts de coupe amoindris par l'augmentation de l'angle de coupe imposée par l'arête rapportée qui joue alors le rôle d'outil. Enfin, une faible ductilité peut affecter les conditions de contact entre copeau et outil. Des longueurs de contact plus faibles ont par exemple été observées avec des aciers à teneur en soufre plus grande, la teneur en carbone étant fixée, et un tel effet pourrait expliquer des efforts de coupe plus faibles avec copeau continu en l'absence d'arête rapportée. Une explication possible consiste à assimiler la séparation entre copeau et outil à la propagation d'une fissure, ce qui serait facilité par la faible ténacité de l'interface où les inclusions prennent un aspect lamellaire. L'application pratique d'un tel modèle se heurte toutefois à la difficulté de mesurer précisément le taux de restitution d'énergie assez particulier correspondant.

## 2.4 Contact copeau-outil

Plusieurs éléments relatifs au contact entre le copeau et l'outil ont été présentés plus haut : difficulté d'y effectuer des observations (§ 2.2), existence du cisaillement secondaire (§ 2.1), ténacité de l'interface (§ 2.3). Deux aspects méritent toutefois une attention particulière : l'effet des lubrifiants et l'origine de la longueur de contact.

L'arrosage de la zone de coupe par du lubrifiant est courant en usinage pour abaisser les efforts de coupe et limiter le collage du métal usiné à l'outil, mais l'explication de cet effet est toutefois complexe. En effet, on peut certes admettre que le lubrifiant s'infiltre par capillarité entre le copeau et l'outil aux basses vitesses de coupe, ce qui abaisse le coefficient de frottement et diminue les efforts, mais cela est moins susceptible de se produire lorsque la vitesse de coupe augmente puisque le mouvement du copeau chasse le lubrifiant dont l'efficacité diminue. Il est possible que le frottement soit alors gouverné soit par la formation d'un dépôt d'inclusions provenant du métal usiné (effet favorable des sulfures et effet néfaste de l'alumine, abrasive), soit par la diffusion d'éléments contenus dans l'outil localement porté à haute température, tels que le titane. L'effet principal de l'arrosage serait alors surtout thermique, en limitant les échauffements, avec des conséquences sur les conditions de contact qui restent à éclaircir.

Les mécanismes qui pilotent l'extension du contact entre copeau et outil sont également mal connus, et la plupart des modèles déterminent la longueur de contact par équilibre des moments sur un copeau droit. Or, si le copeau est droit, le contact persiste, ce qui n'est pas satisfaisant. En l'absence de roue-copeau ou de décrochement à la surface de l'outil, le copeau se courbe spontanément et quitte ainsi l'outil ; il est possible que la longueur de contact soit alors déterminée par la compétition entre cette tendance et l'effet inverse des efforts de coupe qui plaquent le copeau sur l'outil. Si l'origine de cette courbure est purement cinématique dans le modèle de Dewhurst, elle peut aussi être liée aux contraintes thermoméca-

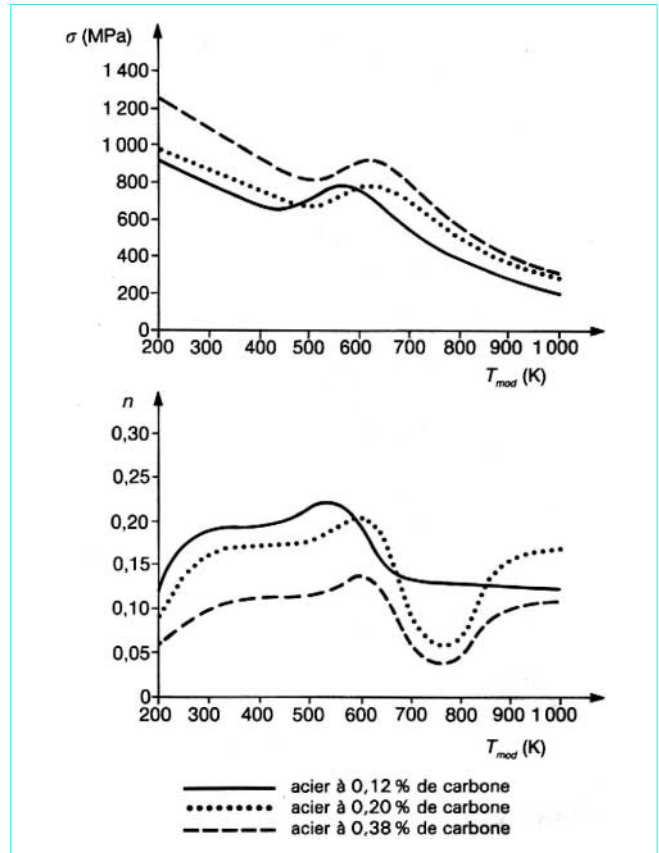


Figure 9 – Variations des paramètres de comportement  $\sigma$  et  $n$  en fonction de la variable  $T_{mod}$  pour 3 aciers. Le paramètre  $\nu$  est égal à 0,12 pour l'acier à 0,12 % de carbone et à 0,09 pour les deux autres (d'après les données de [20] [14])

niques induites par l'échauffement au sein du copeau, ce qui peut être pris en compte dans un modèle thermomécanique [11].

## 2.5 Synthèse et résultats

Dans un modèle thermomécanique de la formation du copeau, les analyses qui précèdent sont combinées afin de déduire la géométrie du copeau, les efforts et températures de coupe, à partir des conditions de coupe et du comportement du matériau. Le problème peut se formuler en fonction des inconnues géométriques que sont l'épaisseur du copeau  $\ell$ , sa fraction cisailée  $\delta$  et la longueur de contact  $Y$ . Pour des valeurs fixées de ces grandeurs, on déduit les déformations et vitesses de déformations associées à la cinématique choisie. Le comportement du matériau et les analyses thermiques permettent alors de déduire les contraintes d'écoulement plastique à l'aide de calculs implicites. Les efforts qui en découlent peuvent ensuite être utilisés pour écrire l'équilibre global du copeau (diagramme des efforts), ce qui fournit une nouvelle valeur de  $\ell$ , avec itération jusqu'à convergence. La valeur de  $Y$  est elle aussi déduite d'un calcul itératif qui utilise soit l'équilibre des moments à partir d'une distribution d'efforts particulière le long du cisaillement primaire et du contact, soit la courbure du copeau. Enfin, le paramètre  $\delta$  peut être obtenu par minimisation de la puissance totale dissipée dans le processus.

**Tableau 2 – Comparaison entre les mesures expérimentales [14] et les prévisions d'un modèle thermomécanique [14] sur un acier à 0,20 % de carbone usiné à 200 m/min avec une profondeur de passe  $w$  de 4 mm, un angle de coupe  $\gamma$  de  $-5^\circ$  et trois avances  $s$  différentes**

Avance $s$ (mm)	Mesure / Calcul	Effort de coupe $F_c$ (N)	Effort d'avance $F_a$ (N)	Épaisseur du copeau Avance $\ell / s$	Fraction du copeau cisaillée $\delta$ (%)
0,125	Mesure	1 284	1 073	3,16	4
	Calcul	1 333 (+ 4 %)	1 073	3,95 (+ 25 %)	7
0,250	Mesure	2 123	1 561	2,67	3
	Calcul	2 173 (+ 2 %)	1 463 (– 6 %)	3,16 (+ 18 %)	4
0,500	Mesure	3 802	1 951	2,17	2
	Calcul	3 704 (– 3 %)	2 098 (+ 8 %)	2,57 (+ 18 %)	2

De tels calculs sont effectués assez aisément par ordinateur et donnent de bons résultats. Le tableau 2, par exemple, compare les prévisions d'un modèle thermomécanique [14] à des mesures expérimentales obtenues sur un acier à 0,20 % de carbone. On constate le très bon accord obtenu pour les efforts de coupe, l'épaisseur du copeau étant toutefois surestimée. On remarquera également que, conformément aux mesures, les efforts ne sont pas proportionnels à l'avance, mais que les efforts spécifiques  $F_c/ws$  et  $F_a/ws$  vont en décroissant lorsque celle-ci augmente, tendance qui n'est pas prévue par les modèles mécaniques, comme on l'a déjà signalé. L'épaisseur du cisaillement secondaire est également prévue du bon ordre de grandeur. Un autre modèle thermomécanique [11] donne les mêmes tendances (dernière ligne du tableau 1, à titre d'exemple).

faire du modèle de Lee et Shaffer pour un premier ordre de grandeur lorsque des mesures permettent de choisir convenablement contrainte d'écoulement et conditions de frottement, et un modèle thermomécanique sera plus satisfaisant sous réserve de connaître avec précision le comportement du matériau usiné.

Plusieurs aspects du problème restent encore à prendre en compte, liés à la difficulté du matériau, comme on l'a souligné, et aux caractéristiques de l'outil. La nature de ce dernier n'est pas considérée, de même que sa rigidité et l'émoussement éventuel de son arête de coupe. Les conditions de contact restent encore à éclaircir, en particulier leur liaison avec l'emploi et la formulation de lubrifiants, la teneur inclusionnaire du matériau et la composition chimique de l'outil.

Les modèles présentés sont également limités au cas de la coupe orthogonale stationnaire avec copeau continu sans arête rapportée. Si la formation d'une arête rapportée ou le fractionnement du copeau semblent difficiles à prendre en compte, la coupe non orthogonale est sans doute plus facile à aborder. Il serait également utile de pouvoir s'écarter des conditions de stationnarité pour pouvoir décrire des procédés où l'avance varie, tels que le fraisage.

### 3. Conclusion et perspectives

La modélisation de la formation du copeau est donc un art difficile dans lequel les phénomènes physiques de base sont peu à peu intégrés afin d'améliorer la qualité des prévisions. On pourra se satis-

### Références bibliographiques

- [1] MERCHANT (M.E.). – *Mechanics of the metal cutting process. I. Orthogonal cutting and a type 2 chip* (Mécanique de l'usinage des métaux. I. Coupe orthogonale et copeau de type 2). Journal of Applied Physics (USA), 16, p. 267-275, 2 tabl., 10 fig., bibl. (8 réf.), American Institute of Physics New York (1945).
- [2] MERCHANT (M.E.). – *Mechanics of the metal cutting process. II. Plasticity conditions in orthogonal cutting* (Mécanique de l'usinage des métaux. II. Conditions de plasticité en coupe orthogonale). Journal of Applied Physics (USA), 16, p. 318-324, 8 fig., bibl. (7 réf.), American Institute of Physics New York (1945).
- [3] KATO (S.), YAMAGUCHI (K.) et YAMADA (M.). – *Stress distribution at the interface between tool and chip in machining* (Distribution de contrainte à l'interface entre outil et copeau en usinage). Journal of Engineering for Industry (USA), p. 683-689, 4 tabl., 12 fig., bibl. (8 réf.), ASME, New York (1972).
- [4] JOHNSON (W.), SOWERBY (R.) et VENTER (R.D.). – *Plane strain slip line fields for metal deformation processes. A source book and bibliography* (La méthode des lignes de glissement en déformation plane pour les procédés de mise en forme des métaux. Un ouvrage de base et une bibliographie). 364 pages, 147 fig., 6 pl., bibl. (892 réf.), Pergamon Press, Oxford (1982).
- [5] LEE (E.H.) et SHAFFER (B.W.). – *The theory of plasticity applied to the problem of machining* (La théorie de la plasticité appliquée au problème de l'usinage). Journal of Applied Mechanics (USA), 18, p. 405-413, 13 fig., bibl. (20 réf.), American Society of Mechanical Engineers, New York (1951).
- [6] KUDO (H.). – *Some new slip line solutions for two dimensional steady state machining* (Nouvelles solutions par lignes de glissement pour l'usinage en régime stationnaire bidimensionnel). International Journal of Mechanical Science (GB), 7, p. 43-55, 22 fig., bibl. (12 réf.), Pergamon Journals Ltd., Oxford (1965).
- [7] DEWHURST (P.). – *On the non-uniqueness of the machining process* (De la non-unicité en usinage). Proceedings of the Royal Society of London (GB), A 360, p. 587-610, 2 tabl., 15 fig., bibl. (22 réf.), The Royal Society, London (1978).
- [8] HILL (R.). – *On the limits set by plastic yielding to the intensity of singularities of stress* (Sur les limites imposées aux singularités de contrainte par l'écoulement plastique). Journal of the Mechanics and Physics of Solids (GB), 2, p. 278-285, 4 fig., bibl. (10 réf.), Pergamon Journals Ltd., Oxford (1954).
- [9] HILL (R.). – *The mechanics of machining : a new approach* (La mécanique de l'usinage : une nouvelle approche). Journal of the Mechanics and Physics of Solids (GB), 3, p. 47-53, 2 tabl., 5 fig., bibl. (7 réf.), Pergamon Journals Ltd., Oxford (1954).
- [10] STEVENSON (M.G.) et DUNCAN (J.). – *Effect of manganese sulphide inclusions on the tool/chip interface shear stress in machining of low-carbon steel* (Effet d'inclusions de sulfure de manganèse sur la contrainte de cisaillement à l'interface outil-copeau lors de l'usinage d'un acier bas carbone). Journal of the Iron and Steel Institute (USA), 211, p. 710-717, 1 tabl., 16 fig., bibl. (21 réf.) (1973).
- [11] GILORMINI (P.). – *Contribution à la modélisation de la formation du copeau en usinage*. Thèse École des Mines de Paris, p. 1-105, 2 tabl., 52 fig., bibl. (51 réf.), Centre de mise en forme des matériaux, École des Mines Sophia-Antipolis (1982).

- [12] TAY (A.O.). – *The importance of allowing for the variation of thermal properties in the numerical computation of temperature distribution in machining* (L'importance de prendre en compte la variation des propriétés thermiques dans le calcul numérique de la distribution de température en usinage). *Journal of Materials Processing Technology* (NL), 28, p. 49-58, 2 tabl., 7 fig., bibl. (10 réf.), Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam (1991).
- [13] CARROLL (J.T.) et STRENKOWSKI (J.S.). – *Finite element models of orthogonal cutting with application to single point diamond turning* (Modélisations de la coupe par éléments finis avec application au tournage). *International Journal of Mechanical Science* (GB), 30, p. 899-920, 18 fig., bibl. (30 réf.), Pergamon Journals Ltd., Oxford (1988).
- [14] HASTINGS (W.F.), MATHEW (P.) et OXLEY (P.L.B.). – *A machining theory for predicting chip geometry, cutting forces etc. from material properties and cutting conditions* (Une théorie de l'usinage pour la prévision de la géométrie du copeau, des efforts de coupe, etc. à partir des propriétés du matériau et des conditions de coupe). *Proceedings of the Royal Society of London* (GB), A 371, p. 569-587, 7 fig., bibl. (27 réf.), The Royal Society, London (1980).
- [15] STEVENSON (M.G.) et OXLEY (P.L.B.). – *An experimental investigation of the influence of speed and scale on the strain-rate in a zone of intense plastic deformation* (Une étude expérimentale de l'influence de la vitesse et de l'échelle sur la vitesse de déformation dans une zone de déformation plastique intense). *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (GB), 184, p. 561-576, 19 fig., bibl. (16 réf.), IME, London (1970).
- [16] BOOTHROYD (G.). – *Temperatures in orthogonal metal cutting* (Températures en coupe orthogonale des métaux). *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (GB), 177, p. 789-802, 24 fig., bibl. (13 réf.), IME, London (1963).
- [17] NAKAYAMA (K.). – *Temperature rise of work-piece during metal cutting* (Echauffement de la pièce en usinage des métaux). *Bulletin of the Faculty of Engineering of the National University of Yokohama* (J), 5, p. 1-10, 12 fig., bibl. (9 réf.) (1956).
- [18] RAPIER (A.C.). – *A theoretical investigation of the temperature distribution in the metal cutting process* (Une étude théorique de la distribution de température en coupe des métaux). *British Journal of Applied Physics* (GB), 5, p. 400-405, 9 fig., bibl. (8 réf.), IOP, Bristol (1954).
- [19] TAY (A.O.), STEVENSON (M.G.) et DE VAHL DAVIS (G.). – *Using the finite element method to determine temperature distributions in orthogonal machining* (Utilisation de la méthode des éléments finis pour déterminer les distributions de température en coupe orthogonale). *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (GB), 188, p. 627-638, 2 tabl., 9 fig., bibl. (19 réf.), IME, London (1974).
- [20] OXLEY (P.L.B.) et STEVENSON (M.G.). – *Measuring stress/strain properties at very high strain rates using a machining test* (Mesure de la relation contraintes-déformation aux grandes vitesses de déformation à partir d'un essai d'usinage). *Journal of the Institute of Metals* (GB), 95, p. 308-313, 1 tabl., 11 fig., bibl. (4 réf.), London (1967).
- [21] ROWE (G.W.). – *Lubrication in metal cutting and grinding* (Lubrification en coupe et meulage des métaux). *Philosophical Magazine* (GB), A 43, p. 567-585, 2 tabl., 11 fig., bibl. (27 réf.), Taylor and Francis Ltd. Basingstoke, Hants (1981).